

فرض منزلى رقم 01

الدورة الأولى

السنة الأولى علوم رياضية

التمرين الأول:

(1)- حل في \mathbb{R} المعادلتين:

$$(E_1): \sqrt{x+7} + \sqrt{2x-3} = 4 \text{ و } (E_2): 2.[x] - 3.[3.x] + 7 = 0$$

(2)- حل في \mathbb{R} المتراجحتين:

$$(I_1): \sqrt{3-x} - \sqrt{x+1} > \frac{1}{2} \text{ و } (I_2): 3.([x]-2) - x.([x]+2) \geq 0$$

(3)- بين أن:

$$I = \left] 0, \frac{1}{2} \right[\cup \left] \frac{1}{2}, 1 \right[\text{ حيث } \forall (x, y) \in I^2: x + y - 2 \times x \cdot y \in I$$

$$(4)- بين أن: $|4x^2y - x - y| \leq \frac{17}{16}$ لكل x و y من \mathbb{R} بحيث $|x| \leq \frac{1}{2}$ و $|y| \leq \frac{1}{2}$.$$

التمرين الثانى:

(1)- (أ) هل التكافؤ التالي صحيح أم خاطئ؟ علل جوابك ،

$$\forall (n, m) \in \mathbb{N}^2: n \times m \in 2.\mathbb{N} \Leftrightarrow (n \in 2.\mathbb{N}) \wedge (m \in 2.\mathbb{N})$$

(ب)- أكتب نفي العبارة التالية: " $\forall x \in \mathbb{R}, \exists y \in \mathbb{R} / x \times y = 1$ " وإستنتج قيمة حقيقتها .

(2)- لتكن x و y و z ثلاثة أعداد حقيقية من بينها 0 و عددين غير منعدمين إشارتهما

مختلفة و تحقق الإستلزمات التالية:

$$(1) x = 0 \Rightarrow y > 0; (2) x > 0 \Rightarrow y < 0; (3) y \neq 0 \Rightarrow z > 0$$

قارن x و y و z .

(3)- بين أن العدد $1 + 2 \times 3^{n-1} + 5^n$ يقبل القسمة على 8 لكل n من \mathbb{N}^* .

$$(4)- لكل n من \mathbb{N}^* نضع: $S_n = 1 - 3 + 5 - 7 + \dots + (-1)^n (2n+1)$$$

(أ)- أحسب S_1 و S_2 و S_3 .

(ب)- بين أن: $\forall n \in \mathbb{N}^*: S_n = (-1)^n \times (2n+1)$.

(5)- بين بالترجع أن: $\forall n \geq 24 (n \in \mathbb{N}), \exists (p, q) \in \mathbb{N}^2 / n = 5.p + 7.q$

التمرين الثالث:

نعتبر المجموعة: $A = \{x.y - 6.x - 7.y + 42 / x, y \in [3,5]\}$

(1)- بين أن المجموعة A مصغرة بالعدد 2 و مكبورة بالعدد 12 .

(2)- بين أن: $ppe(A) = 2$ و $pge(A) = 12$.

التمرين الرابع:

ليكن $f : [a,b] \rightarrow [a,b]$ تطبيقا تزايديا ، حيث $a < b$.

نضع: $B = \{x \in [a,b] / f(x) \leq x\}$.

(1)- بين أن المجموعة B تقبل محدا سفليا α و أن: $a \leq \alpha \leq b$.

(2)- بين أن العدد α هو العنصر الأصغر للمجموعة B أي $(ppe(B) = \alpha)$.

(3)- بين أن العدد α صامد بالتطبيق f (أي $f(\alpha) = \alpha$) .

(4)- صغ الخاصية التي برهنت عليها .