

فرض منزلى رقم 03، الأولى علوم رياضية

الدورة الأولى

ذ: عبد الله بن لختير

التمرين الأول:

ليكن $ABCD$ شبه منحرف متساوي الساقين قاعدته $[AB]$ و $[CD]$
بحيث النقطتان A و D ثابتتان و B و C تتغيران بحيث $\frac{AB}{CD} = k$ ثابتة، نضع: $\frac{AB}{CD} = k$.
ولتكن (Σ) مجموعة النقط M من المستوى (P) ، تقاطع القطرين $[AC]$ و $[BD]$ عندما
تتغير النقطتان B و C .
(1)- بين أن (Σ) جزء من دائرة (ζ) يتم تحديدها .
(2)- النقطتين I و J هما نقطتا تقاطع الدائرة (ζ) والمجموعة (Σ) .
بين أن: $(\Sigma) - \{I, J\} \subset (\zeta)$ ، ثم حدد (Σ) و أنشئها .

التمرين الثانى:

ليكن ABC مثلثا قائم الزاوية في C بحيث: $AC = 2.BC = 6$.
حدد ثم أنشئ (Σ_1) و (Σ_2) مجموعة النقط M من المستوى (P) التي تحقق على
التوالي:
(1): $MA^2 - MB^2 = 60$
(2): $MA^2 + 2.MB^2 = 45$

التمرين الثالث:

ليكن ABC مثلثا قائم الزاوية في A بحيث: $AB = 2.AC = a$.
حدد ثم أنشئ (Σ_1) و (Σ_2) و (Σ_3) مجموعة النقط M من المستوى (P) التي تحقق
على التوالي:
(1): $3.MA^2 - MB^2 + 2.MC^2 = 32$
(2): $\|3.\overline{MA} - \overline{MB} + 2.\overline{MC}\| = \|\overline{MB} + \overline{MC}\|$
(3): $\|\overline{MA} + \overline{MB} - \overline{MC}\| = \|2.\overline{MA} - \overline{MB} - \overline{MC}\|$

التمرين الرابع:

ليكن ABC مثلثا متساوي الأضلاع .
حدد مجموعة النقط M من المستوى (P) التي تحقق : $MA^2 + MC^2 = 2.(MA^2 + AB^2)$

التمرين الخامس:

لكل نقطتين مختلفتين A و B من المستوى (P) ، نضع $AB = a$

و نعتبر التطبيق:

$$f : \begin{cases} (P) \rightarrow \mathbb{R} \\ M \mapsto MA^2 + 2.MB^2 - \overline{MA} \cdot \overline{MB} \end{cases}$$

(1)- بين أن التطبيق f يقبل أدنى مطلق عند نقطة M_0 يتم تحديدها .

(2)- أحسب $f(M_0)$ بدلالة العدد a .

التمرين السادس:

ليكن ABC مثلثا، نضع $a = BC$ و $b = AC$ و $c = AB$.

(1)- أدرس طبيعة (ζ_k) مجموعة نقط المستوى M التي تحقق:

$$(1): MA^2 + MB^2 + MC^2 = k$$

(2)- أوجد (Σ) مجموعة النقط M من المستوى (P) التي تحقق:

$$(2): \overline{MA} \cdot \overline{MB} + \overline{MB} \cdot \overline{MC} + \overline{MC} \cdot \overline{MA} = 0$$

التمرين السابع:

أدرس طبيعة المجموعة: $(\Sigma_k) = \{M \in (P) / MA^2 + MB^2 - 2.MC^2 = k\}$ ، حيث

A و B و C ثلاث نقط من المستوى (P) و k عدد حقيقي .

التمرين الثامن:

ليكن ABC مثلثا قائم الزاوية في A و H المسقط العمودي ل A على (BC) .

نضع: $\alpha = BC$ و $\beta = AC$ و $\gamma = AB$.

(1)- بين أن: $H = \text{bar} \{(B, \beta^2); (C, \gamma^2)\}$.

(2)- أدرس طبيعة المجموعة: $(\zeta_k) = \{M \in (P) / \beta^2.MB^2 + \gamma^2.MC^2 = k\}$ حيث $k \in \mathbb{R}$.

(3)- أوجد قيمة العدد k التي يكون من أجلها $A \in (\zeta_k)$.

التمرين التاسع:

ليكن ABC مثلثا قائم الزاوية في A و (Σ) مجموعة النقط M من المستوى (P)

$$\text{بحيث: } AM^2 + \overline{AB} \cdot \overline{MC} = 2.AB^2$$

(1) - حدد I و J نقطتي تقاطع المجموعة (Σ) و المستقيم (AB) .

(2) - بين أن: $\forall M \in (P): \overrightarrow{MI} \cdot \overrightarrow{MJ} = AM^2 - \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AM} - 2.AB^2$

(3) - حدد ثم أنشيء المجموعة (Σ) .

التمرين العاشر:

المستوى (P) منسوب إلى معلم متعامد ممنظم و مباشر (O, \vec{i}, \vec{j}) .

(1) - ليكن ABC مثلثا مساحته S ، بين أن:

$$S = \frac{1}{2} \cdot |\det(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})| = \frac{1}{2} \cdot |\det(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC})| = \frac{1}{2} \cdot |\det(\overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB})|$$

(2) - أحسب مساحة المثلث ABC إذا علمت أن: $A(1,2)$ و $B(-2,3)$ و $C(1,1)$.

التمرين الحادي عشر:

في المستوى (P) منسوب إلى معلم متعامد ممنظم و مباشر (O, \vec{i}, \vec{j}) ، نعتبر

النقط: $A(1,1)$ و $B(2+\sqrt{3}, \sqrt{3})$ و $C(6,-4)$.

و لتكن H المسقط العمودي للنقطة B على المستقيم (AC) .

(1) - حدد قياس الزاوية $(\widehat{AB, AC})$ ، و إستنتج $\sin(\widehat{AB, AH})$ و $\det(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AH})$.

(2) - أحسب مساحة المثلث ABH .

(3) - حدد إحداثيات النقطة H .