

فرض محروس رقم 01

الدورة الأولى

السنة الأولى علوم رياضية

التمرين الأول:

(1)- أكتب نفي كل عبارة من العبارتين:

$$q \text{ " } \forall a \in \mathbb{R} : ax = ay \Rightarrow x = y \text{ " و } p \text{ " } \forall x \in \mathbb{R}; \exists y \in \mathbb{R} / x \times y = 1 \text{ "}$$

و إستنتج قيمة حقيقتهما، معللا جوابك .

(2)- بين مستدلا بمضاد العكس أن:

$$\forall x \in \mathbb{R} : x^3 + 2x - 1 = 0 \Rightarrow \frac{1}{4} < x < \frac{1}{2}$$

(3)- (أ)- بين بالترجع أن:

$$\forall n \in \mathbb{N}^*, \exists (p_n, q_n) \in \mathbb{N}^{*2} / \begin{cases} (2 + \sqrt{3})^n = p_n + q_n \cdot \sqrt{3} \\ 3q_n^2 = p_n^2 - 1 \end{cases}$$

(ب)- إستنتج أن $\left[(2 + \sqrt{3})^n \right]$ عدد فردي ، لكل n من \mathbb{N}^* .

التمرين الثاني:

(1)- حل في \mathbb{R} المعادلتين:

$$(E_1) : |3x^2 - 2x - 5| \geq (1 - 2x); (E_2) : \sqrt{3x^2 - 2x - 5} < (1 - x)$$

(2)- حل في المجال $[1, 2[$ المعادلة:

$$(E) : 3 \cdot [2x] - 2 \cdot [3x] = -1$$

التمرين الثالث: نعتبر المجموعة:

$$A = \left\{ \frac{[n \cdot \pi]}{n} / n \in \mathbb{Z}_-^* \right\}$$

(1)- بين أن العدد 4 هو العنصر الأكبر للمجموعة A أي: $\text{pge}(A) = 4$.

(2)- (أ)- بين أن:

$$\forall n \in \mathbb{Z}_-^* : \pi \leq \frac{[n \cdot \pi]}{n} < \pi - \frac{1}{n}$$

(ب)- هل المجموعة A تقبل العنصر الأصغر؟ علل جوابك .

التمرين الرابع:

(1) - ليكن r_1 و r_2 عددين جذريين بحيث: $r_1 < r_2$.

بين أنه: $\exists n \in \mathbb{N}^* / \frac{\sqrt{2}}{n} + r_1 < r_2$.

(2) - نضع $a = \frac{\sqrt{2}}{n} + r_1$ ، بين أن a عدد لا جذري (أي: $a \in \mathbb{R} - \mathbb{Q}$) وإستنتج أن:

· $]r_1, r_2[\cap (\mathbb{R} - \mathbb{Q}) \neq \emptyset$

(3) - بين أن:

· $\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2 / x < y :]x, y[\cap (\mathbb{R} - \mathbb{Q}) \neq \emptyset$

(يمكنك إستعمال كثافة \mathbb{Q} في \mathbb{R} و (2) -)