

فرض محروس رقم 02

الدورة الأولى

السنة الأولى علوم رياضية

التمرين الأول:

(1) - نعتبر المجموعتين: $A = \left\{ \frac{\pi}{2} + \frac{2k \cdot \pi}{5} / k \in \mathbb{Z} \right\}$ و $B = \left\{ \frac{\pi}{4} + \frac{2k \cdot \pi}{5} / k \in \mathbb{Z} \right\}$.

بين أن A و B مجموعتين منفصلتين أي أن: $A \cap B = \emptyset$.

(2) - لتكن A و B و C ثلاثة أجزاء من مجموعة غير فارغة E .

(أ) - بسط: $\left((A \cap \overline{B}) \cap (A \cap \overline{C}) \right) \cup A$.

(ب) - بين أن: $(A \cap B) \cup (B \cap C) \cup (A \cap C) = (A \cup B) \cap (B \cup C) \cap (A \cup C)$.

(3) - نعتبر المجموعة التالية: $F = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / x^2 \leq y; y^2 \leq x\}$.

تحقق أن: $F \neq \emptyset$ ، ثم بين أن: $F \subset [0,1] \times [0,1]$.

(4) - نعتبر المجموعتين: $E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / x^2 + y^2 \leq 1\}$ و $F = [-1,1]$.

بين أن: $E \subset F^2$ و $E \neq F^2$ (أي أن $E \subsetneq F^2$).

(5) - لتكن A و B و C ثلاثة أجزاء من مجموعة غير فارغة E بحيث:

$B \subsetneq A \subsetneq C$

حل في $P(E)$ النظمين: $(S_1): \begin{cases} A \cap X = B \\ A \cup X = C \end{cases}$ و $(S_2): \begin{cases} A - X = B \\ X - A = \overline{C} \end{cases}$.

التمرين الثاني:

نعتبر التطبيق: $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} / x \mapsto \frac{2x}{1+|x|}$.

(1) - بين أن f تطبيق تبايني.

(2) - بين أن: $\forall x \in \mathbb{R} : |f(x)| < 2$.

هل f تطبيق شمولي؟

(3) - حدد مجالا J ضمن \mathbb{R} بحيث يكون f تقابلا من \mathbb{R} نحو J .

(4) - حدد f^{-1} التقابل العكسي للتقابل $f : \mathbb{R} \rightarrow J$.

التمرين الثالث:

نعتبر الدالتين العدديتين f و g المعرفتين بما يلي: $f : x \mapsto 2 - \left[\frac{1}{x} \right]$ و $g : x \mapsto \frac{x^2 - x}{f(x)}$

(1)- حل في \mathbb{R} المعادلة $(E): f(x) = 0$ ، وإستنتج D_g .

(2)- حل في \mathbb{R} المتراجحتين :

$(I_1): f(x) < 0$ و $(I_2): f(x) > 0$

ثم أنشيء جدول إشارة الدالة g .

(3)- حدد وضع (ζ_g) بالنسبة لمحور الأفاصل .

التمرين الرابع:

(1)- نعتبر الدالتين العدديتين f و g بحيث: $f : x \mapsto 4x^3 - 3x$ و $g : x \mapsto 2x^2 - 1$.

بين أن: $g \circ f = f \circ g$.

(2)- لتكن f و h الدالتين العدديتين المعرفتين بما يلي:

$f : x \mapsto \frac{1}{x}$ و $h : x \mapsto \frac{3x^2 - 4x + 1}{x^2}$.

(أ)- أوجد حدودية g من الدرجة الثانية تحقق: $g \circ f = h$.

(ب)- حدد $f^{-1}([2, +\infty[)$ و $f^{-1}(]-\infty, 2])$.

(ج)- أنشيء جدولي تغيرات الدالتين f و g ، وإستنتج تغيرات الدالة h على D_h

ثم أنشيء جدول تغيراتها .