

(I) نعتبر الدالة  $g$  المعرفة بما يلي :

$$g(x) = \ln\left(\frac{x}{x+1}\right) - \frac{x}{x+1}$$

(1) بين أن حيز تعريف الدالة  $g$  هو  $D = ]-\infty, -1[ \cup ]0, +\infty[$

(2) (a) أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$

(b) بين أن :  $(\forall x < -1) : g(x) = \ln(-x) + \frac{(-x-1)\ln(-x-1) - x}{x+1}$

ثم استنتج  $\lim_{x \rightarrow -1^-} g(x)$  .

(c) حدد الفروع اللانهائية للمنحنى  $C_g$  .

(3) أدرس تغيرات  $g$  واستنتج أن  $(\forall x \in D_g) : g(x) < 0$

(4) أنشئ المنحنى  $C_g$  .

(II) نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بما يلي :

$$\begin{cases} f(x) = x \ln\left(\frac{x}{x+1}\right) - x & ; x > 0 \\ f(x) = e^{-2x} + 2xe^{-x} - 1 & ; x \leq 0 \end{cases}$$

(1) بين أن الدالة  $f$  متصلة في  $0$  .

(2) أدرس اشتقاق الدالة  $f$  في  $0$  وأول هندسيا النتيجة المحصل عليها .

(3) أحسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  .

(4) (a) بين أن  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = -\infty$  وأول هندسيا النتيجة المحصل عليها .

(b) بين أن المستقيم  $(\Delta) : y = -x - 1$  مقارب للمنحنى  $C_f$  بجوار  $+\infty$  .

(5) (a) بين أن  $(\forall x > 0) : f'(x) = g(x)$

وأن  $(\forall x < 0) : f'(x) = 2(1 - x - e^{-x})e^{-x}$

(b) بين أن  $(\forall x < 0) : 1 - x - e^{-x} < 0$

(c) ضع جدول تغيرات  $f$  .

(6) أنشئ المنحنى  $C_f$  .

