

التمرين الأول (6نقط)

نعتبر المعادلة التفاضلية $y'' - 5y' + 6y = 2e^x$ (1)

(1) حدد العدد λ لكي تكون الدالة $g(x) = \lambda e^x$ حلا للمعادلة (1) .

(2) حدد الحل العام للمعادلة (1) .

(3) استنتج الحل y الذي يحقق $y(0) = 0$ و $y'(0) = 1$

2

2

2

التمرين الثاني (8نقط)

(1) (a) بين أن : $\frac{4t^2}{(1-t^2)(1+t^2)} = \frac{1}{1-t} + \frac{1}{1+t} - \frac{2}{1+t^2}$

(b) أحسب التكامل : $I = \int_0^{\frac{1}{\sqrt{3}}} \frac{4t^2}{(1-t^2)(1+t^2)} dt$

(2) باستعمال تغيير المتغير أحسب التكامل

$J = \int_1^2 \frac{1}{x} \sqrt{\frac{x-1}{x+1}} dx$ (يمكن وضع $t = \sqrt{\frac{x-1}{x+1}}$)

2

3

3

التمرين الثالث (6 نقط)

(1) نضع $I(\alpha) = \int_1^\alpha t \operatorname{Arc} \tan(t) dt$

باستعمال المكاملة بالأجزاء بين أن

$$I(\alpha) = \left(\frac{\alpha^2}{2} + \frac{1}{2}\right) \operatorname{Arc} \tan \alpha + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \alpha - \frac{\pi}{4}$$

(2) باستعمال تغيير المتغير أحسب التكامل

$$J = \int_0^1 e^{2x} \operatorname{Arc} \tan(e^x) dx$$

3

3

