المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والشباب

الامتحان الوطني الموحد لنيل شهادة البكالوريـــــــــــــا
دورة : يونيو 2004
(الدورة العادية)

الثانية علوم متجريبية
مدة الإنجاز : 3 ساعات
المعامل : 7

التمرين الأول (3نقط ونصف)

الفضاء (E) منسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$

لتكن (S) مجموعة النقط $M(x,y,z)$ بحيث: $x^2+y^2+z^2-4y+2z+2=0$

1) بين أن (S) فلكة مركزها $\Omega(0,2,-1)$ وشعاعها $r=\sqrt{3}$. — 1

2) أ- تحقق من أن النقطة $A(-1,1,0)$ تنتمي إلى الفلكة (S). — 0.25

ب- اكتب معادلة المستوى (P) المماس للفلكة (S) عند النقطة A. — 1

3) أ- تحقق من أن: $x+y+z-2=0$ معادلة ديكارتية للمستوى (Q) المار من النقطة $B(1,3,-2)$ و $\vec{n}(1,1,1)$ متجهة منظمية عليه. — 0.5

ب- بين أن (Q) يقطع (S) وفق دائرة محددا مركزها وشعاعها. — 0.75

التمرين الثاني (3نقط ونصف)

نعتبر في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة: $(E): z^2-4iz-4(1+i)=0$.

نرمز ب z_1 و z_2 لحلي المعادلة (E) بحيث $\text{Re}(z_1)>0$

1) بين أن مميز المعادلة (E) هو $\Delta=\left[2\sqrt{2}(1+i)\right]^2$ ثم حدد z_1 و z_2. — 1

2) نضع $a=2i$ و $b=\sqrt{2}(1+i)$ — 1

تحقق من أن $z_1=a+b$ و $z_2=a-b$ واكتب a و b على الشكل المثلثي.

3) نعتبر في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{u},\vec{v})$ النقط A و B و C التي الحاقها على التوالي a و b و z_1

أ ـ مثل النقط A و B و C وتحقق من أن: $\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}$ وأن $OA=OB$. — 1

ب ـ استنتج أن $OBCA$ معين ثم أن: $\arg(z_1)\equiv\frac{3\pi}{8}[2\pi]$. — 0.5

التمرين الثالث (3نقط)

يحتوي كيس على تسع بيدقات لا يمكن التمييز بينها باللمس: بيدقتان بيضاوان تحملان الرقم 1 وثلاث بيدقات حمراء تحمل الأرقام 1،2،2 وأربع بيدقات سوداء تحمل الأرقام 1، 1، 2، 2.

نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث بيدقات من الكيس.

1) أحسب احتمال كل الأحداث التالية :

A: " البيدقات الثلاث المسحوبة مختلفة الألوان (بيدقة من كل لون) ". — 0.75

B: " البيدقات الثلاث المسحوبة تحمل نفس الرقم ". — 0.75

C: " من بين البيدقات المسحوبة توجد على الأقل بيدقة واحدة حمراء ". — 0.75

2) احسب احتمال الحدث: $A\cap B$ — 0.75

التمرين الرابع (10 نقط)

الجـــــــزء الأول

لتكن f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي: $f(x)=1-\frac{1}{2}x-\frac{2}{e^{x}+1}$

و(C) هو المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1) أ- تحقق من أن: $\frac{1}{e^{-x}+1}=1-\frac{1}{e^{x}+1}$ لكل x من $\mathbb{R}$. 0.5

ب- استنتج أن f دالة فردية. 0.5

2) احسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$. 0.5

3) أ- بين أن: $f'(x)=-\frac{1}{2}\left(\frac{e^{x}-1}{e^{x}+1}\right)^{2}$ لكل x من $\mathbb{R}$. 1.25

ب- أعط جدول تغيرات الدالة f على $\mathbb{R}^{+}$. 0.5

ج- استنتج أن: $1-\frac{2}{e^{x}+1}\leq\frac{1}{2}x$ لكل x من $\mathbb{R}^{+}$. 0.5

4) بين أن: $\lim_{x\to+\infty}\left[f(x)-\left(1-\frac{1}{2}x\right)\right]=0$ ثم أول هندسيا هذه النتيجة. 0.5

5) أنشئ في المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$ المستقيم الذي معادلته $y=1-\frac{1}{2}x$ ثم أنشئ المنحنى (C). 1.5

6) أ- بوضع $t=e^{-x}$ بين أن: $\int_{-1}^{0}\frac{1}{1+e^{x}}dx=\ln\left(\frac{e+1}{2}\right)$ 1.25

ب- احسب مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى (C) ومحور الأفاصيل والمستقيمين اللذين معادلتهما على التوالي $x=-1$ و $x=0$. 0.75

الجـــــــزء الثاني

لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة بما يلي: $u_0=1$ و $u_{n+1}=1-\frac{2}{e^{u_n}+1}$ لكل n من $\mathbb{N}$.

1) بين بالتراجع أن: $u_n>0$ لكل n من $\mathbb{N}$. 0.5

2) أ- تحقق، باستعمال نتيجة السؤال الثالث ج من الجزء الأول، من أن :

$u_{n+1}\leq\frac{1}{2}u_n$ لكل n من $\mathbb{N}$. 0.5

ب- استنتج أن المتتالية (u_n) تناقصية. 0.5

3) بين أن: $u_n\leq\left(\frac{1}{2}\right)^{n}$ لكل n من $\mathbb{N}$ ثم احسب $\lim_{x\to\infty}u_n$. 0.75