

نعتبر الدالة  $f$  المعرفة كما يلي :

$$\begin{cases} f(x) = x^2 \arctan\left(\frac{1}{x}\right) & ; x > 0 \\ f(x) = \arccos\left(\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}\right) & ; x \leq 0 \end{cases}$$

(1) (a) حدد حيز تعريف الدالة  $f$  .

(b) ادرس اتصال  $f$  في  $0$  .

(2) (a) بين أن :  $f(x) = -\arctan(x)$  :  $(\forall x \leq 0)$

(b) أدرس اشتقاق  $f$  في  $0$  وأول هندسيا النتيجة .

(3) أحسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  وأول هندسيا النتيجة .

(4) (a) أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  .

(b) بين باستعمال مبرهنة التزايديات المنتهية أن :

$$(\forall t > 0) : \frac{t}{1+t^2} \leq \arctan(t) \leq t$$

(c) أحسب  $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{\arctan(t) - t}{t^2}$

(d) استنتج أن المستقيم  $y = x$  :  $(\Delta)$  مقارب للمنحنى  $C_f$  بجوار  $+\infty$  .

(5) (a) بين أن :  $2\arctan(t) > \frac{t}{1+t^2}$  :  $(\forall t > 0)$

(b) احسب  $f'(x)$  لكل  $x > 0$  . واستنتج اشارتها

(6) ضع جدول تغيرات  $f$  . ثم انشئ  $C_f$

(7) نعتبر المتتالية  $(u_n)$  المعرفة بما يلي :

$$\begin{cases} u_0 \in [-1,0] \\ u_{n+1} = \frac{1}{2}(f(u_n) - 1) \end{cases}$$

(a) بين أن :  $-1 \leq u_n \leq 0$  :  $(\forall n \in \mathbb{N})$

(b) بين أن المعادلة :  $f(x) = 2x+1$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  في المجال  $[-1,0]$  .

(c) بين باستعمال مبرهنة التزايديات المنتهية أن :

$$(\forall n \geq 0) : |u_{n+1} - \alpha| \leq \frac{1}{2} |u_n - \alpha|$$

(d) بين أن  $(u_n)$  متقاربة وحدد نهايتها .

