

تمرين 1

ليكن f تشاكل من (\mathbb{R}^*, \times) نحو (\mathbb{R}^*, \times) .
(1) نعرف على $E = \mathbb{R}^* \times \mathbb{R}$ قانون تركيب داخلي
" * " بما يلي : لكل (x, y) و (x', y') من E
 $(x, y) * (x', y') = (xx', f(x).y' + x'y)$

(a) بين أن القانون * تجميعي في E .
(b) تحقق أن $(1, 0)$ هو العنصر المحايد في $(E, *)$.

(c) بين أن $(E, *)$ زمرة .
(d) بين التكافئ : $(E, *)$ زمرة تبادلية (تكافئ
 $(\forall x \in \mathbb{R}^*) : f(x) = x$) .

(2) لكل (x, y) من E نضع $M_{(x,y)} = \begin{pmatrix} \varphi(x) & y \\ 0 & x \end{pmatrix}$

ونضع $F = \{M_{(x,y)} / (x, y) \in E\}$

(a) بين أن : $M_{(x,y)} \times M_{(x',y')} = M_{(x,y) * (x',y')}$.
(b) استنتج أن (F, \times) جزئ مستقر من
 $(M_2(\mathbb{R}), \times)$.

(c) نعتبر التطبيق $\varphi : E \rightarrow F$
 $(x, y) \rightarrow M_{(x,y)}$

بين أن φ تشاكل تقابلي من $(E, *)$ نحو (F, \times) .
(d) استنتج بنية (F, \times) واعط مقلوب المصفوفة
 $M_{(x,y)}$.

تمرين 2

نعتبر ثلاثة لاعبين : A_1 و A_2 و A_3
 A_1 أمامه صندوق يحتوي على 3كرات حمراء
 وكرة خضراء
 A_2 أمامه صندوق يحتوي على 3كرات
 حمراء وكرتان خضراء
 A_3 أمامه صندوق يحتوي على كرتان حمراء
 وكرتان خضراء
يسحب كل واحد من اللاعبين كرة من الصندوق
 الموجود أمامه .

يعتبر اللاعب رابحا إذا حصل على كرة لونها
 مختلف على كرتي اللاعبين الآخرين .
(1) بين أنه هناك رابح واحد على الأكثر .

(2) أحسب احتمال الأحداث التالية :
 E " ليس هناك أي رابح "
 F " هناك رابح "
 G " ربح اللاعب A_1 "
(3) ماهو الإحتمال لكي يربح A_2 علما أنه هناك
 رابح .

تمرين 3

تقوم ثلاثة آلات بصنع مصابيح حسب النسب
 التالية :

- الآلة Aتقوم بصنع 20% .
- الآلة Bتقوم بصنع 50% .
- الآلة Cتقوم بصنع 30% .

الإحتمال لكي يكون مصباح مصنوع بـ A
 صالحا هو 0,9

الإحتمال لكي يكون مصباح مصنوع بـ B
 صالحا هو 0,85

الإحتمال لكي يكون مصباح مصنوع بـ C
 صالحا هو 0,8

(1) اشترينا مصباحا ، ما هو الإحتمال لكي يكون
 صالحا ؟

(2) اشترينا مصباحا صالحا ، ما هو الإحتمال
 لكي يكون مصنوعا بواسطة الآلة A ؟

تمرين 4

لكل α من \mathbb{R} نعتبر المجموعة

$$E = \left\{ M_{(a,b)} = \begin{pmatrix} a & \alpha b \\ b & a \end{pmatrix} / (a,b) \in \mathbb{R}^2 \right\}$$

(1) بين أن : $M_{(a,b)} \cdot M_{(a',b')} = M_{(aa'+\alpha bb', ab'+ba')}$

(2) بين أن $(E, +, \times)$ حلقة واحدة وتبادلية .

(3) بين أن $(E, +, \times)$ جسم إذا فقط إذا كان
 $\alpha < 0$