الثانية علوم رياضية مدة الإنجاز: 3 ساعات 2005 - 2004 الأستاذ : ح. بوعيون	**فــــرض مـــــحروس رقم 3**	**ثا . سيدي الحسن اليوسي** **نيابة صفرو** **أكاديمية فـــــاس**

التمرين الأول 14

نعتبر الدالة f المعرفة على $D=\left[-\sqrt{2},+\infty\right[$ بما يلي :

$$\begin{cases} f(x)=\dfrac{2Arc\tan(\sqrt[3]{x})}{\sqrt[3]{x}}-1 & ; \quad x>0 \\ f(x)=\dfrac{2}{\pi}Arc\sin(1-x^2) & ; \quad -\sqrt{2}\le x\le 0 \end{cases}$$

الجـــــزء الأول

1) بين أن الدالة f متصلة في0 0,5

2) أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ وأول هندسيا النتيجة المحصل عليها . 0,5

3) a) بين أن : $(\forall x>0)\ :\ 0<Arctan(x)-x+\dfrac{x^3}{3}<\dfrac{x^5}{5}$ 1

b) استنتج $\lim\limits_{x\to0^+}\dfrac{Arc\tan(x)-x}{x^3}$ 0,5

c) أدرس اشتقاق f على يمين 0 وأول هندسيا النتيجة المحصل عليها . 0,5

4) a) بين أن $(\forall x\in\left]-\sqrt{2},0\right[)\ :\ f'(x)=\dfrac{4}{\pi\sqrt{2-x^2}}$ 0,75

b) بين باستعمال مبرهنة التزايدات المنتهية أن : 0,5

$$(\forall x\in\left]-\sqrt{2},0\right[)\ :\ \frac{4}{\pi\sqrt{2}}<\frac{f(x)-f(0)}{x}<\frac{4}{\pi\sqrt{2-x^2}}$$

c) أدرس اشتقاق f على يسار 0 وأول هندسيا النتيجة المحصل عليها . 0,5

5) أدرس اشتقاق f على يمين $-\sqrt{2}$ وأول هندسيا النتيجة المحصل عليها . 0,75

6) a) بين أن $(\forall x>0)\ :\ Arctan(x)>\dfrac{x}{1+x^2}$ 0,5

b) أحسب $f'(x)$ لكل $x\in\left]0,+\infty\right[$. 0,75

c) استنتج أن $(\forall x>0)\ :\ f''(x)<0$ 0,5

d) أدرس تغيرات f ثم ضع جدول تغيراتها . 1

7) أنشىء المنحنى C_f . 1

الجــــزء الثاني

1) a) بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في $]0,+\infty[$. — 0,5

b) استنتج إشارة $f(x)$ على المجال $]0,+\infty[$. — 0,25

2) بين أن الدالة f قابلة للإشتقاق على $]0,+\infty[$ وأن $(\forall x>0)\ :\ f''(x)>0$ — 0,5

3) نعتبر الدالة φ المعرفة على $]0,+\infty[$ بما يلي :

$$\varphi(x)=x f'(x)-f(x)-\alpha f'(x)$$

a) بين أن φ قابلة للإشتقاق على $]0,+\infty[$ واحسب $\varphi'(x)$. — 0,5

b) أحسب $\varphi(\alpha)$. — 0,25

c) بين باستعمال مبرهنة التزايدات المنتهية أن : $(\forall x\in]0,\alpha[)\ :\ \varphi(x)>0$ — 0,75

d) استنتج أن : $(\forall x\in]0,\alpha[)\ :\ x-\dfrac{f(x)}{f'(x)}<\alpha$ — 0,5

4) نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بما يلي :

$$\begin{cases} u_o\in]0,\alpha[\\ u_{n+1}=u_n-\dfrac{f(u_n)}{f'(u_n)} \end{cases}$$

a) بين أن : $(\forall n\in IN):0<u_n<\alpha$. — 0,75

b) أدرس رتابة المتتالية (u_n) . — 0,5

c) أستنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة وأحسب نهايتها . — 0,5

التمرين الثاني — 6

نفترض أن المستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $R(O,\vec{i},\vec{j})$.

لكل $m\in IR$ نعتبر المنحنى $(C_m)\ :\ x^2+m y^2-m^2=0$

ولتكن E مجموعة المنحنيات (C_m)

1) حدد حسب قيم البارامتير m طبيعة المنحنى (C_m) محددا عناصره المميزة . — 2

2) ليكن (Γ) المخروطي الذي بؤرته $F(\sqrt{2},0)$ ودليله $(D)\ :\ x=2\sqrt{2}$

وتباعده المركزي $e=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

a) حدد معادلة ديكارتية للمخروطي (Γ) واستنتج البؤرة الثانية F' والدليل (D') المرتبط بها — 1

b) تحقق أن المنحنى (Γ) ينتمي إلى المجموعة E . — 0,5

c) لتكن $M(a,b)$ نقطة من (Γ) تخالف رؤوس (Γ) . — 0,5

وليكن (T_M) المماس للمنحنى (Γ) في M . و N نقطة تقاطع (T_M) مع محور الأفاصيل .

i) حدد معادلة المماس (T_M) ثم استنتج إحداثيات النقطة N , — 1

ii) بين أن : $\dfrac{MF^2}{MF'^2}=\dfrac{NF^2}{NF'^2}$ — 1