

تمرين 8 ليكن a و b من IR_+^* بحيث $a \leq b$. بين أن :

$$a \leq \frac{2ab}{a+b} \leq \sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2} \leq \sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}} \leq b$$

تمرين 9

a و b عدنان حقيقيان موجبان قطعاً .

بين أن $0 < \sqrt{a+b} - \sqrt{a} < \frac{b\sqrt{a}}{2a}$ ثم استنتج مقارنة العددين

$$\sqrt{7} - \sqrt{5} \text{ و } \frac{\sqrt{5}}{5}$$

تمرين 10

ليكن x و y من IR^+

(1) بين أن $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{x+y+2\sqrt{xy}}$ وأن $x+y \geq 2\sqrt{xy}$

(2) استنتج أن $(x+y)(y+z)(z+x) \geq 8xyz$

تمرين 11

حل في IR المعادلات التالية :

$$(1) (2x+1)^2 - 3(x^2 - 2) = (x+3) - 5x + 4$$

$$(2) \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x-1} = \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x-2}$$

$$(3) |x+1| - 1 = 0 \quad (4) |x-3| - |2x+1| = 0$$

$$(5) x - 4 + |2x - 3| = 2x + 4$$

$$(6) |x-1| - 2|x+3| + 2|x| = 3 \quad (7) ||x|-2| = |x|$$

تمرين 12

حل في IR المترجمات التالية :

$$(1) \frac{3x+1}{2} - \frac{x+1}{3} \geq \frac{4x+1}{12}$$

$$(2) \frac{x-1}{2} - x < \frac{x-2}{3} + \frac{3-x}{4}$$

$$(3) 2|x+1| - 3 \geq 0 \quad (4) |2x-1| - 3 < 0$$

$$(5) |2x+1| - 2|3x-2| > 0$$

$$(6) |x| + |x-1| + |x+2| < 4$$

$$(7) |2x-1| - |2x+1| + |x| \geq 4$$

تمرين 13 حل وناقش حسب قيم البارامتر m المعادلات

التالية :

$$(1) (m-1)x + 2mx - 3(m-x) + 1 = 0$$

$$(2) m(x-m) + (2m+1)(x+3) = 0$$

تمرين 1

اجعل مقام كل من الأعداد التالية عددا صحيا :

$$b = \frac{1}{\sqrt{14} + \sqrt{21} + \sqrt{15} + \sqrt{10}} \quad a = \frac{\sqrt{2} + 3}{2\sqrt{3} + \sqrt{5}}$$

$$c = \frac{3 + 4\sqrt{3}}{\sqrt{6} + \sqrt{2} + \sqrt{5}}$$

تمرين 2

بين المتساويات التالية

$$(1) \sqrt{8 + \sqrt{15}} = \frac{1}{\sqrt{2}}(1 + \sqrt{15})$$

$$(2) \sqrt{17 + 12\sqrt{2}} + \sqrt{17 - 12\sqrt{2}} = 6$$

تمرين 3

قارن بين العددين a و b في الحالات التالية :

$$(1) a = -6\sqrt{2} \quad b = -5\sqrt{3} \quad (2) a = 2\sqrt{7} \quad b = 3\sqrt{3}$$

$$(3) a = \sqrt{7} - 1 \quad b = \sqrt{8 - 2\sqrt{7}} \quad (4) a = 14 - 6\sqrt{5} \quad b = 3 - \sqrt{5}$$

تمرين 4

$$A = \sqrt{6 - 2\sqrt{5}} - \sqrt{6 + 2\sqrt{5}}$$

(1) حدد إشارة A .

(2) احسب A^2 واستنتج كتابة بسيطة للعدد A .

تمرين 5

قارن العددين $10\sqrt{3}$ و $12\sqrt{2}$ ثم استنتج المقارنة بين

$$\text{العددين } \left(\frac{1}{1-12\sqrt{2}}\right)^2 \text{ و } \left(\frac{1}{1-10\sqrt{3}}\right)^2$$

تمرين 6

ليكن a و b من IR بحيث $a+b=10$ و $ab=1$

(1) احسب $(\sqrt{a} + \sqrt{b})$

$$(2) \text{ احسب } \frac{a\sqrt{a} - b\sqrt{b}}{\sqrt{a} - \sqrt{b}}$$

تمرين 7

ليكن x و y عددين موجبين قطعاً .

$$(1) \text{ بين أن } \frac{x}{y} + \frac{y}{x} \geq 2$$

$$(2) \text{ استنتج أن } (x+y)\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) \geq 4$$

$$m(3mx+2) - 2x(m^2+2) - 3m+2 = 0 \quad (3)$$

$$\cdot \frac{x-2}{x-m} = m \quad (4)$$

تمرين 14

حل وناقش حسب قيم الباراميتير m المتراجحات التالية

$$(3-m)x - m^2 + 2mx \geq 0 \quad (1)$$

$$(m^2+4)x - 3m - 1 < 5x + m \quad (2)$$

تمرين 15

$$\cdot \frac{1-\frac{1}{x}}{1-\frac{1}{x+1}} \leq 1 \text{ لدينا } \mathbb{R}^* - \{-1\} \text{ من } x \text{ لكل} \quad (1)$$

(2) بين أنه لكل a و b من \mathbb{R}^{*+} بحيث $a < b$ لدينا :

$$\cdot \frac{a}{1+b} < \frac{b}{1+a}$$

$$\cdot \sqrt{x+1} - \sqrt{x} < \frac{1}{2\sqrt{x}} : x > 0 \text{ بين أن لكل} \quad (3)$$

(b) استنتج أنه لكل n من $\mathbb{N}^* - \{1\}$ لدينا :

$$\cdot \sqrt{n} - 1 < \frac{1}{2\sqrt{1}} + \frac{1}{2\sqrt{2}} + \frac{1}{2\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{2\sqrt{n-1}}$$

$$\cdot \mathbb{R}^{*+} - \{1\} \text{ من } x \text{ لكل } \frac{1}{x+1} \text{ و } \frac{1}{x-1} \text{ قارن العددين} \quad (4)$$

<http://sefroumaths.site.voila.fr>