

تمرين 1

- (1) أعط تائيرا للعدد $x^2 + y^2 + 4x - 2y$ إذا علمت أن $-5 < y < 2$ و $3 < x < 4$.
- (2) أعط تائيرا لكل من الأعداد xy و x^2y إذا علمت أن $-1 < x < 1$ و $-1 < y < 1$.

تمرين 2

- ليكن $2 < x < 3$ ونعتبر $A = x^2 - 5x + 6$.
- (1) أعط تائيرا للعدد A .
- (2) تحقق أن $A = (x-2)(x-3)$ واستنتج تائيرا أدق من الأول للعدد A .
- (3) تحقق أن $A = (x - \frac{5}{2})^2 - \frac{1}{4}$ واستنتج تائيرا أدق من الثاني للعدد A .

تمرين 3

- ليكن x و y عددين حقيقيين بحيث $|\frac{1}{2} < 2x - \frac{3}{2}| < \frac{1}{2}$ و $|\frac{1}{4} < y - \frac{3}{4}| < \frac{1}{4}$.
- (1) بين أن x و y عنصران من المجال $[\frac{1}{2}, 1]$.
- (2) تحقق من أن $xy - 3x - 2y - 1 = (x-2)(y-3) - 7$.
- (b) استنتج أن $-5 < xy - 3x - 2y - 1 < -\frac{13}{4}$.

تمرين 4

- ليكن a عدد حقيقي بحيث $|a-1| < \frac{1}{2}$.
- بين أن $\frac{4}{3}$ قيمة مقربة للعدد $\frac{1}{a}$ بالدقة $\frac{2}{3}$.

تمرين 5

- ليكن x عدد حقيق بحيث $|\frac{3}{2} < x - \frac{3}{2}| < \frac{1}{2}$ ونضع $a = \frac{1}{x^2 + 1}$.
- (1) حدد تقريبا بتفريط وبإفراط للعدد a بالدقة $\frac{3}{10}$.
- (2) حدد تقريبا للعدد a بالدقة $\frac{3}{20}$.

تمرين 6 (1) تحقق أن لكل x من IR^+ $\sqrt{9+x} \leq 3 + \frac{x}{6}$

- (2) بين أن لكل $0 \leq x \leq 7$ لدينا $3 + \frac{x}{7} \leq \sqrt{9+x}$.
- (3) استنتج تائيرا للعدد $\sqrt{9,798}$ سعته 210^{-2} .

تمرين 7

- (1) تحقق أن لكل $x \neq -1$ $\frac{1}{x+1} - (1-x) = \frac{x^2}{x+1}$
- (2) بين أنه إذا كان x عدد حقيقي يحقق $|x| < \frac{1}{2}$ فإن $0 \leq \frac{1}{x+1} - (1-x) \leq 2x^2$
- (3) أوجد تقريبا للعدد $\frac{1}{1,0005}$ بالدقة 5.10^{-7}

تمرين 8

- (1) بين أن لكل x من IR^* $|x| < \sqrt{x^2 + 1} < |x| + \frac{1}{2|x|}$
- (2) أوجد تائيرا للعدد $\frac{\sqrt{122}}{3}$ سعته $\frac{1}{66}$

تمرين 9

- ليكن x عددا حقيقيا.
- (1) بين أنه إذا كان $1 \leq x \leq 3$ فإن $|\frac{1}{x+2}| \leq \frac{1}{3}$
- (2) استنتج أنه إذا كان $1 \leq x \leq 3$ فإن $|\frac{x-1}{x+2} - \frac{1}{4}| \leq \frac{1}{4}|x-2|$

تمرين 10

- ليكن x عدد حقيقي موجب.
- (1) بين أن $|(1-2x)^3 - (1-6x)| = x^2|12-8x|$
- (2) نفترض أن $\frac{-1}{2} \leq x \leq \frac{1}{2}$,
- (a) بين أن $|12-8x| \leq 16$.
- (b) استنتج أن $|(1-2x)^3 - (1-6x)| \leq 16x^2$.
- (c) أعط قيمة مقربة للعدد $(0,9998)^3$ بالدقة 1610^{-8} .

تمرين 11

- (1) بين أنه لكل x من $]-1, +\infty[$: $\frac{x}{\sqrt{x+1}+1} = \sqrt{x+1} - 1$
- (2) بين أنه إذا كان $0,19 < x < 0,21$:
- $\frac{|x|}{2,1} \leq |\sqrt{x+1} - 1| \leq \frac{|x|}{1,9}$

تمرين 12

ليكن a و b عددين حقيقيين بحيث $0 < a \leq b \leq 2a$

(1) بين أن $(a-b)(2a-b) \leq 0$

(b) أنشر $(a-b)(2a-b)$ و $(a\sqrt{2}-b)^2$.

(2) نضع $A = \frac{2a^2 + b^2}{3ab}$. بين أن $\frac{2\sqrt{2}}{3} \leq A \leq 1$.

(3) بين أن العدد $\frac{(1+\sqrt{2})^2}{6}$ قيمة مقربة للعدد A بالدقة

$$\frac{(1-\sqrt{2})^2}{6}$$

تمرين 13

ليكن a من IR بحيث $|a| < \frac{1}{2}$ ونضع

$$A = \frac{1}{\sqrt{1+a}} - \left(1 - \frac{a}{2}\right)$$

(1) بين أن $A = \frac{\sqrt{1+a} - \left(1 + \frac{a}{2}\right) + \frac{a^2}{2}}{1+a}$

(b) بين أن $\sqrt{1+a} \leq 1 + \frac{a}{2}$ واستنتج أن $A \leq a^2$.

(c) بين أن $\frac{1}{\sqrt{1+a}} \geq 1 - \frac{a}{2}$.

(2) استنتج تقريبا للعدد $\frac{1}{\sqrt{1,01}}$ بالدقة 10^{-4} .

تمرين 8

ليكن a و b عددين حقيقيين بحيث :

$$|a+3| \leq 1 \text{ و } 1 \leq b \leq 3$$

(1) بين أن $-4 \leq a \leq -2$ (b) بين أن $|a+b+1| \leq 2$

(2) نعتبر العدد الحقيقي $E = 2b - 3a + ab$

(a) تحقق أن $E = (a+2)(b-3) + 6$ بين أن

$$6 \leq E \leq 10$$

تمرين 7

نعتبر العدد $a = \frac{\sqrt{5-\sqrt{21}}}{\sqrt{2}}$ (1) تحقق أن $a = \frac{\sqrt{7}-\sqrt{3}}{2}$

(2) علما أن $2,64 < \sqrt{7} < 2,65$ و $1,73 < \sqrt{3} < 1,74$

اعط التقريب العشري إلى 10^{-2} بإفراط وبتقريب للعدد a .

تمرين 10

ليكن x و y عددين حقيقيين بحيث

(1) $|y+1| \leq 3 \cdot 10^{-2}$ و $3,13 \leq x \leq 3,17$

(2) بين أن $-1,03 \leq y \leq -0,97$

(3) حدد تأطيرا للعدد $(y-3)^2$

(4) قارن العددين $2x+3y$ و $x+2y-xy$